



Capitolo 13

Strumenti di navigazione



13.1 Introduzione

A bordo di un velivolo devono essere installati un certo numero di strumenti che vengono utilizzati dal pilota per una corretta condotta del volo, per il controllo del funzionamento di tutti i sistemi di bordo e per il soddisfacimento della missione richiesta.

Gli strumenti sono in massima parte installati nella cabina di pilotaggio in pannelli più o meno ampi a seconda del velivolo. Il disegno della cabina di pilotaggio costituisce un notevole problema ergonomico: bisogna alleviare al massimo il lavoro del pilota, dando la possibilità di avere direttamente sott'occhio le misure più rilevanti e di controllare facilmente tutti gli altri strumenti che possono dare indicazioni di malfunzionamento dei vari sistemi.

Fino ad alcuni anni fa nelle cabine di pilotaggio erano montati gli indicatori di tutti gli strumenti con la necessità di riempimento completo di un pannello di fronte ai piloti, di un pannello sul tetto della cabina, di pannelli laterali, ecc..

Attualmente, con lo sviluppo delle tecniche digitali, si tende ad eliminare la maggioranza degli indicatori; le misure sono gestite attraverso calcolatori ed è così possibile limitare la presentazione continua alle indicazioni più rilevanti. Per quanto riguarda ad esempio la strumentazione a controllo degli impianti non è in genere necessario un monitoraggio continuo da parte dei piloti, è quindi possibile limitarne la presentazione a richiesta o automaticamente in caso di anomalie riscontrabili da uscita di determinati parametri da tolleranze assegnate o dal verificarsi di alcune circostanze o insieme di circostanze che possano creare situazioni pericolose o comunque che richiedano attenzione da parte dell'equipaggio.

Le cabine dei velivoli moderni sono diventate quindi molto più semplici e la moltitudine di indicatori presenti fino a qualche anno fa viene oggi sostituita da un numero limitato di schermi. Accanto a questi, vengono comunque mantenuti nella loro forma classica alcuni strumenti fondamentali per la condotta del velivolo, strumenti oggetto di questo capitolo.

13.2 Bussola magnetica

La bussola magnetica è uno dei primi strumenti di navigazione introdotti a bordo dei velivoli ed ha lo scopo di indicare l'angolo fra la direzione di volo ed il nord magnetico.

È uno strumento importante per la navigazione; anche se al giorno d'oggi le sue funzioni vengono svolte da apparecchiature avioniche, viene comunque installato per motivi di sicurezza.

La terra è sede di un campo magnetico le cui linee di flusso sono dirette come i meridiani. In realtà i poli del campo magnetico non sono coincidenti con i poli geografici (il polo nord magnetico è spostato dal polo nord geografico in direzione del Canada), le linee di flusso del campo magnetico possono subire deviazioni più o meno rilevanti a causa di presenza di rilevanti masse ferrose nella crosta terrestre, il campo magnetico varia nel tempo.

La bussola magnetica nella sua forma più semplice è costituita da un ago costituito da un magnete permanente, leggero ed incernierato sul baricentro; questo magnete tende a disporsi parallelamente alla direzione della linea di flusso del campo magnetico terrestre del punto in cui esso si trova (fig. 13.1).

In genere all'ago è attaccato un disco che riporta la rosa graduata da 0° a 360° , che va guardata con una *linea di fede* solidale col velivolo per poter leggere la rotta.

Quanto detto precedentemente sulle caratteristiche del campo magnetico fa sì che la bussola sia soggetta ad un errore di *declinazione* dipendente dal punto nel quale essa viene usata, e variabile nell'arco degli anni. L'indicazione della bussola deve quindi essere corretta in funzione del

luogo dove ci si trova e questo può essere fatto utilizzando informazioni di declinazione riportate sulle carte geografiche.

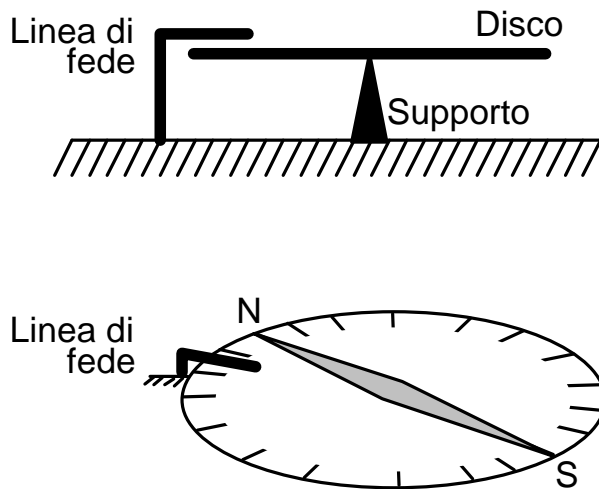


Fig. 13.1 - Bussola semplice

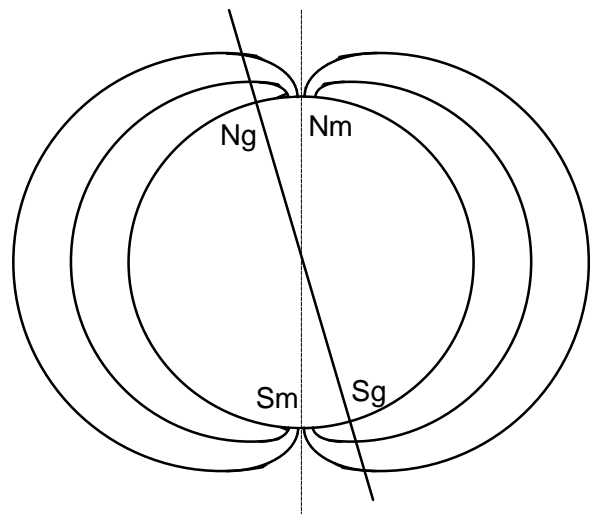


Fig. 13.2 - Poli e assi geografici e magnetici

Le linee di flusso del campo magnetico non sono ovunque orizzontali: è ovvio che in prossimità dei poli magnetici tenderanno piuttosto ad avere un andamento verticale, come evidenziato in fig. 13.2; questo comporta che la bussola tenderà ad orientarsi di modo tale da essere difficilmente utilizzabile; per ridurre questo errore di *inclinazione* occorre quindi fare in modo che la bussola tenda a rimanere orizzontale, ponendo il suo baricentro al di sotto del punto di sospensione. Questa soluzione si può ottenere aggiungendo delle masse al di sotto del disco, oppure sagomando il disco opportunamente di modo da abbassare il baricentro rispetto al punto di sospensione, come indicato in fig. 13.3.

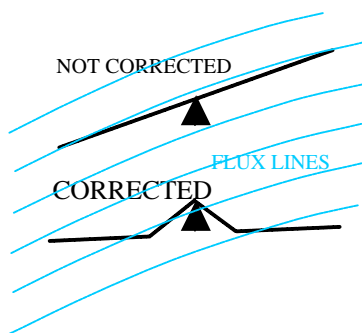


Fig. 13.3 - Compensazione inclinazione

Questo intervento ha l'effetto negativo di rendere la bussola sensibile alle accelerazioni, normalmente presenti durante una manovra del velivolo. Questi effetti vengono fortemente smorzati ponendo l'equipaggiamento mobile della bussola in un ambiente riempito con fluido viscoso; tuttavia durante le manovre, e quindi tipicamente durante i cambiamenti di rotta, la bussola può avere scostamenti sensibili dall'indicazione corretta.

La bussola è per questi motivi uno strumento affidabile sui lunghi periodi, mentre sui brevi periodi, ovvero in manovra, si ricorre ad altri strumenti indicatori di

rotta (girodirezionale, girobussola).

Ulteriori problemi per le bussole derivano dalla loro installazione su veicoli dotati di elementi in grado di alterare il campo magnetico terrestre. A bordo dei velivoli questo può dipendere dalla presenza di consistenti masse ferrose, tipicamente i motori, o apparecchiature in grado di generare campi elettromagnetici, come tutte le apparecchiature radio.

Questi errori di *deviazione* possono comunque essere minimizzati con una taratura della bussola, che viene compiuta valutandone lo scostamento per vari orientamenti del velivolo (*giri di*



bussola) e riducendoli tramite piccoli *magneti di compensazione* permanenti, opportunamente disposti nella prossimità della bussola stessa, riportando in tabella gli eventuali errori residui.

Oltre alla classica bussola magnetica è possibile utilizzare come indicatore di rotta un qualsiasi dispositivo in grado di misurare la direzione delle linee di flusso del campo magnetico terrestre rispetto alla direzione del velivolo.

Un dispositivo in grado di ottenere questa misura è la *valvola di flusso*. In sintesi questa consiste in tre trasformatori con traferri a 120° fra di loro; in questo modo il campo magnetico indotto dal circuito primario si somma alla componente del campo magnetico terrestre, che risulta diverso nei tre rami in funzione dell'angolo fra essi e la linea di flusso, dal confronto fra le correnti ottenute sui tre circuiti secondari è possibile ottenere la misura voluta.

13.3 Strumenti basati su misure di pressione

Fanno parte della dotazione classica degli strumenti di bordo un certo numero di strumenti utili alla condotta del velivolo e basati su misure della pressione statica e/o totale all'esterno del velivolo: altimetro, variometro, anemometro e machmetro.

13.3.1 Altimetro

L'altimetro è uno strumento che fornisce una misura di quota correlata alla pressione statica tramite un legame standardizzato dal modello di *aria tipo internazionale*.

Limitandosi alla tropopausa (quote inferiori agli 11000 m) l'aria tipo internazionale considera l'aria un gas perfetto, in equilibrio statico e con gradiente termico costante assegnato dal livello del mare:

$$\begin{aligned} \text{gas perfetto:} & \quad p = \rho R T \\ \text{equilibrio statico:} & \quad dp = -\rho g dz \\ \text{gradiente termico costante:} & \quad dT = -a dz, \end{aligned}$$

dove:

- p = pressione
- ρ = densità
- R = costante dei gas perfetti ($287 \text{ m}^2/\text{s}^2 \text{ }^\circ\text{K}$)
- T = temperatura assoluta
- g = accelerazione di gravità (9.81 m/s^2)
- z = quota
- a = gradiente verticale di temperatura ($0.0065 \text{ }^\circ\text{K/m}$)

Seguendo le ipotesi dell'aria tipo internazionale ed elaborandole opportunamente, si ha una relazione fra pressione ambientale e quota valida fino alla quota di 11.000m :

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{az}{T_0} \right)^{\frac{g}{Ra}}$$



$$p = p_0 \left(1 - \frac{az}{T_0} \right)^n$$

$$z = \frac{T_0}{a} \left(1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{1/n} \right)$$

dove:

p_0 = pressione di riferimento a quota $z = 0$
 T_0 = temperatura assoluta di riferimento a quota $z = 0$
 $n = \frac{g}{Ra}$

Dalla misura della pressione statica p si può così risalire alla quota di volo z , note le condizioni di temperatura e pressione al suolo. Il risultato è riportato in fig. 13.4, ove si sono presi come valori di riferimento i valori standard dell'aria tipo: 288.16 °K e 1013.25 mbar rispettivamente.

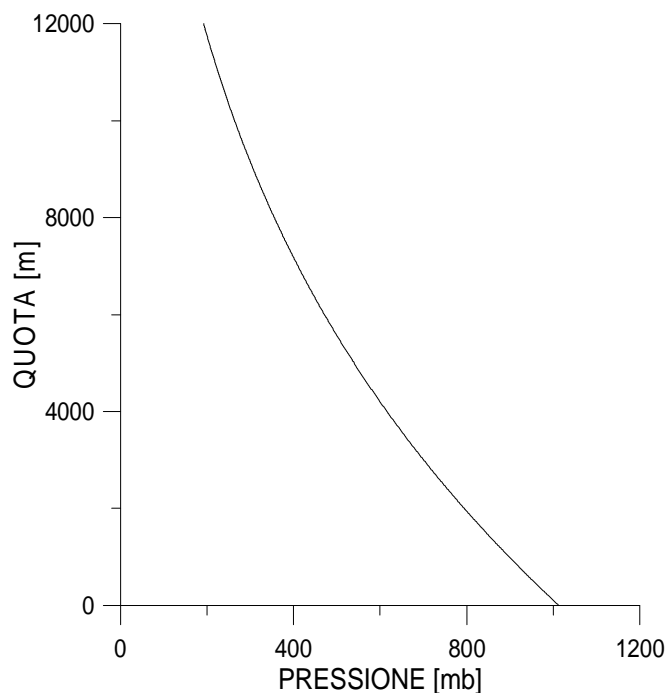


Fig. 13.4 - Andamento pressione - quota

Per avere un'indicazione utile della quota occorre tener conto di alcuni fattori che intervengono.

Innanzitutto è necessario misurare la pressione statica prelevandola dall'esterno del velivolo, il quale muovendosi nell'atmosfera crea un campo aerodinamico che altera i valori di pressione; è comunque possibile trovare delle zone, normalmente sul fianco della fusoliera, dove le variazioni di pressione rispetto a quella statica sono sufficientemente piccole. Per compensare eventuali asimmetrie dovute alla presenza di un angolo di imbardata del velivolo, si dispongono due prese in modo simmetrico dalle due parti della fusoliera fra loro collegate; la differenza di pressione fra le due genera un flusso e quindi per effetto delle perdite di carico è possibile

a metà del collegamento prelevare una pressione media e quindi pari o comunque molto vicina alla pressione statica.

La pressione viene trasmessa all'interno di una camera dove si trova il trasduttore costituito da una capsula di metallo corrugato, di forma discoidale, all'interno del quale è stato fatto il vuoto, detta *capsula aneroide* (fig. 13.5). Tale capsula ha la facoltà di dilatarsi in funzione della pressione cui è sottoposta. La trasformazione pressione - quota, come si è visto, è di tipo non lineare, ma è possibile realizzare cinematismi nell'interno dello strumento in grado di trasforma-

re la misura della pressione, ottenuta dalla deformazione della capsula aneroide, in una indicazione di quota con scala lineare, onde avere in cabina un indicatore con tacche equispaziate. Occorre notare che le quote misurate dallo strumento sono relative ad una quota di riferimento per la quale sono stabiliti i valori di p_0 e T_0 .

La pressione al suolo ben raramente ha il valore standard dell'aria tipo; l'effetto di una pressione al suolo diversa implica uno spostamento omotetico della curva di figura 13.4. In particolare se la pressione al suolo è minore del valore standard la curva si sposta verso sinistra, se lo strumento è tarato sul valore standard fornisce una indicazione di quota più alta di quella effettiva; analogamente una pressione al

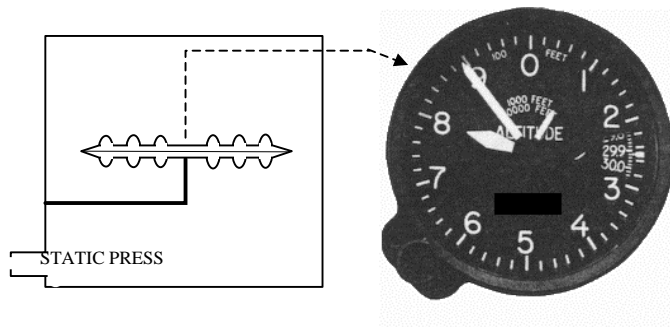


Fig. 13.5 - Altimetro

suolo maggiore porterebbe ad una indicazione di quota minore di quella effettiva. È evidente che la prima di queste due condizioni è estremamente pericolosa, tanto che lo strumento è sempre dotato della possibilità di variare il valore della pressione di riferimento.

Scostamenti della temperatura alla quota di riferimento rispetto al valore standard provocano una alterazione dell'indicazione, tanto maggiore quanto più ci scosta dalla quota di riferimento, ma l'indicazione è corretta alla quota di riferimento.

Lo strumento è quindi molto sensibile alle condizioni ambientali effettive, in pratica il problema viene risolto impiegando l'altimetro secondo uno dei tre tipi di taratura, denominati QNE, QNH e QFE, definiti nel seguente modo.

Lo strumento è quindi molto sensibile alle condizioni ambientali effettive, in pratica il problema viene risolto impiegando l'altimetro secondo uno dei tre tipi di taratura, denominati QNE, QNH e QFE, definiti nel seguente modo.

QNE: la pressione di taratura è impostata sul valore standard dell'aria tipo, 1013.25 mbar; in questo modo in tutti i velivoli si hanno, nella stessa zona, uguali indicazioni di quota. Anche se l'indicazione presenta errori sensibili rispetto alla quota reale, le differenze di quota relative fra i vari velivoli sono corrette ed è possibile assicurare una corretta separazione fra velivoli che si trovano a livelli di volo diversi; chiaramente tale impostazione va seguita solo a quote elevate, ossia in condizioni di crociera;

QNH: la pressione di taratura è impostata sul valore presunto a quota zero, ossia calcolato partendo dalla pressione locale della stazione a terra (che non necessariamente è a quota zero); in questo modo, se la pressione è comunicata da una torre di controllo, all'atterraggio si leggerà in cabina la quota esatta dell'aeroporto; inoltre è assicurato il superamento di ostacoli orografici circostanti durante la fase di decollo o di avvicinamento; infine si possono richiedere letture QNH delle zone sorvolate, di modo da poter condurre un volo sicuro a bassa quota.

QFE: la pressione di taratura è impostata sul valore attuale dell'aeroporto; in questo modo con il velivolo a terra lo strumento indicherà una quota pari a zero.

Si noti che nello strumento è prevista la sola correzione del valore della pressione di riferimento, mentre la temperatura di riferimento è mantenuta a 288,16 °K; il fatto che la temperatura alla quota di riferimento non sia praticamente mai pari questo valore non ha grande rilevanza

Queste dispense possono essere liberamente scaricate dal sito internet del Politecnico di Milano. La vendita è vietata.



salvo che per la taratura in QNH. Nella taratura QNE l'errore relativo alla temperatura non fa che sommarsi a quello per la pressione, ma come detto, l'importante è solo il fatto che in tutti i velivoli si abbia lo stesso scostamento; con la taratura QFE si ha una indicazione esatta alla quota zero e usando tale taratura solo in fase di atterraggio, l'errore non è mai rilevante; per la taratura QNH con volo vicino al suolo è necessario procedere ad una correzione calcolabile in base alla temperatura.

13.3.2 Variometro

Un altro strumento basato su misure di pressione è il *variometro*. Il variometro misura le variazioni nel tempo della pressione statica dando così un'indicazione della componente verticale di velocità del velivolo.

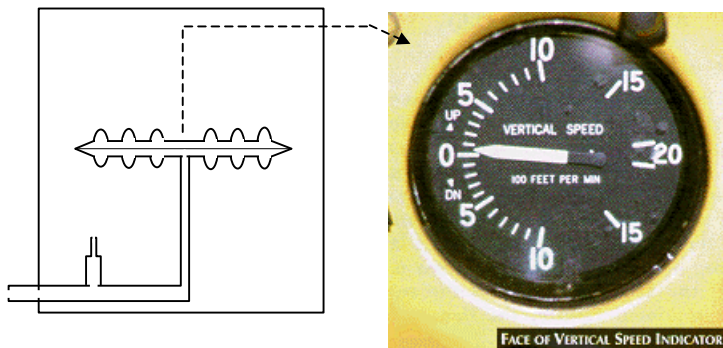


Fig. 13.6 - Variometro

Per misurare le variazioni di pressione viene utilizzata un trasduttore di pressione differenziale all'interno di una camera (fig. 13.6); all'interno della capsula viene introdotta la pressione statica; all'esterno viene ugualmente applicata la pressione statica, ma il collegamento fra la camera e la presa di pressione avviene attraverso un capillare in grado di introdurre un ritardo fra la variazio-

ne di pressione esterna e lo stabilizzarsi di questa pressione nella camera della capsula. Partendo dalle relazioni di equilibrio statico e di gas perfetto:

$$dp = -r g dz$$

$$p = r R T$$

si ha

$$\frac{1}{p} dp = -\frac{g}{RT} dz$$

e in condizioni isoterme:

$$\frac{1}{p} \frac{dp}{dt} = -\frac{g}{RT} \frac{dz}{dt}$$

$$v_z = -\frac{RT}{g} \frac{1}{p} \frac{dp}{dt}$$

La componente verticale della velocità può essere misurata attraverso la variazione di pressione nel tempo.

Al cambiamento della pressione, supponendo di essere in condizioni isoterme, corrisponde un cambiamento della densità, per equilibrare la pressione nell'interno della scatola del variometro deve cambiare la densità e quindi la massa in essa contenuta.

Fino a quando è presente differenza di pressione a cavallo del capillare si ha quindi nel suo interno una portata che in un certo tempo ristabilisce la pressione nella camera.

A cavallo del capillare si ha:

Queste dispense possono essere liberamente scaricate dal sito internet del Politecnico di Milano. La vendita è vietata.



$$\Delta p = nkQ = nk \frac{1}{r_c} \frac{dm}{dt}$$

dove Δp è la pressione misurata dalla capsula, r_c la densità, $\frac{dm}{dt}$ la portata in massa; il legame Δp -portata è lineare, attendendosi nel capillare un moto laminare.

Chiamando V il volume di aria contenuto nella camera, la variazione di massa si può esprimere con:

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{d(rV)}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{p}{RT} V \right) = \frac{V}{RT} \frac{dp}{dt} + \frac{p}{RT} \frac{dV}{dt} - \frac{pV}{RT^2} \frac{dT}{dt} \\ \frac{dm}{dt} &= \frac{Vp}{RT} \frac{1}{p} \frac{dp}{dt} + \frac{pV}{RT} \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} - \frac{pV}{RT} \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} \\ \frac{dm}{dt} &= Vr \frac{1}{p} \frac{dp}{dt} + Vr \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} - Vr \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} \end{aligned}$$

e quindi

$$\Delta p = nk \frac{r}{r_c} V \left(\frac{1}{p} \frac{dp}{dt} + \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} - \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} \right)$$

Il termine

$$\frac{1}{V} \frac{dV}{dt}$$

è trascurabile in quanto dovuto alle deformazioni della capsula che sono estremamente ridotte.

Il termine

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt}$$

è egualmente trascurabile se la cassa dello strumento è isolata termicamente.

I valori di densità nella cassa e nel capillare si possono confondere, per cui in definitiva, l'indicazione dello strumento è legata a:

$$\Delta p = nkV \frac{1}{p} \frac{dp}{dt} = nkV \left(-\frac{g}{RT} \right) v_z$$

13.3.3 Anemometro

Un altro strumento basato su misure di pressione è l'*anemometro*; in questo caso la pressione da misurare è la pressione dinamica, differenza fra la pressione totale ottenibile da una presa diretta come la velocità relativa e la pressione statica. La pressione totale viene prelevata da una presa sul muso del velivolo, o da un'apposita sonda diretta come la direzione del moto. Per questa sonda l'errore di allineamento è molto meno sensibile di quello della presa statica: la componente utile è infatti data dal modulo della velocità per il coseno dell'angolo fra l'asse della presa e la velocità.

Dalla pressione dinamica è possibile, per regimi incomprimibili, risalire alla velocità dalla relazione:



$$p_t = p_s + \frac{1}{2} \rho v^2,$$

dove:

- p_t = pressione totale
- p_s = pressione statica
- ρ = densità dell'aria
- v = velocità dell'aria

Come si può notare la misura della velocità si basa sulla misura della differenza $p_t - p_s$, che si può facilmente ottenere con una capsula sottoposta a tale pressione differenziale, come indicato nello schema di fig. 13.7.

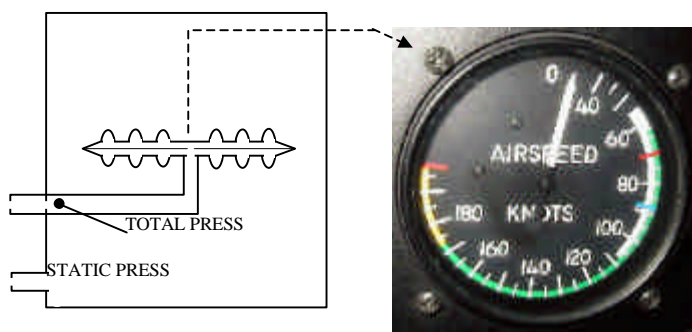


Fig. 13.7 - Anemometro

Per avere una misura corretta della velocità occorre conoscere la densità ρ , che è influenzata dalle condizioni di quota e meteorologiche attuali, mentre lo strumento è tarato per il valore di densità definito dall'aria tipo per la quota zero; inoltre il legame sopra espresso è valido solo per regime incompressibile,

praticamente per velocità corrispondenti a numero di Mach inferiori a 0.2.

Per l'utilizzo dello strumento si definiscono le seguenti velocità:

- IAS (*Indicated air speed*); è l'indicazione fornita dallo strumento come letto direttamente;
- CAS (*Calibrated air speed*); è ricavata dalla IAS mediante una curva di taratura che tiene conto di errori strumentali e di posizionamento delle prese, nonché dalla non linearità del problema;
- EAS (*Equivalent air speed*); è ricavata dalla CAS tenendo conto di effetti di comprimibilità; in pratica si passa direttamente dalla IAS alla EAS; la velocità equivalente viene ottenuta tenendo conto, nella formula di passaggio dalla pressione dinamica alla velocità, di una densità corrispondente alla quota zero in aria tipo. Questa misura di velocità è quella che fornisce indicazioni delle forze agenti sul velivolo e quindi è l'indicazione fondamentale per controllare la condotta del velivolo rispetto alle velocità basse: velocità minima, velocità di decollo, ecc.;
- TAS (*True air speed*) è ricavata dalla EAS tenendo conto dell'effettiva densità alla quota di volo. Questa è la velocità rispetto all'aria e quindi relativamente utile per la navigazione, dato che non può tenere conto della presenza di venti.

Per velocità elevate occorre tenere conto della comprimibilità dell'aria e si possono ricavare sempre in regime subsonico le seguenti relazioni in termini di velocità equivalente o di numero di Mach:



$$v_e = \sqrt{\frac{2g}{g-1} \frac{p_s}{r_0} \left[\left(\frac{p_t - p_s}{p_s} + 1 \right)^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right]}$$

$$M = \sqrt{\frac{2}{g-1} \left[\left(\frac{p_t - p_s}{p_s} + 1 \right)^{\frac{g-1}{g}} - 1 \right]}$$

Quando intervengono fenomeni di comprimibilità non quindi più sufficiente uno strumento basato sulla differenza fra la pressione totale e la statica, ma è necessario anche rilevare la pressione statica. Lo strumento dovrà quindi avere due capsule: una per la misura di pressione differenziale e l'altra per la misura di pressione assoluta.

Per velocità supersoniche la taratura del Machmetro basata su formule più complesse che tengono conto dell'effetto dell'onda d'urto che si verifica a monte del tubo di Pitot.

13.4 Strumenti giroscopici

Esiste una serie di strumenti di navigazione a bordo dei velivoli basati su *giroscopi*: *orizzonte artificiale*, *indicatore di virata*, *girodirezionale*, *girobussola* e *piattaforma inerziale*. Di quest'ultima si parlerà nel capitolo dell'avionica, con riferimento alla navigazione autonoma. Per meglio comprendere il significato di questo tipo di strumenti, si premettono dei cenni sulla teoria del giroscopio.

13.4.1 Generalità sui giroscopi

Un giroscopio consiste in un corpo rigido sospeso al baricentro, posto in rotazione attorno ad un asse principale di inerzia, detto *asse di spin*, e tale da avere i momenti d'inerzia rispetto agli altri due assi principali uguali fra di loro. La sua forma tipica è quindi quella di un disco, con masse distribuite il più lontano possibile dal centro, rotante attorno all'asse verticale del disco stesso (fig. 13.8).

Il moto angolare di un corpo rigido attorno ad un sistema di riferimento inerziale ad esso solidale può essere descritto dal sistema di equazioni:

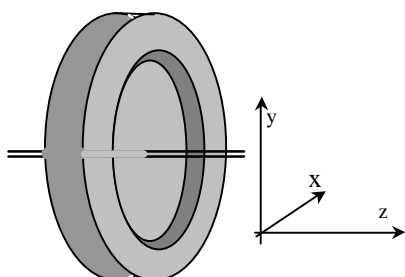


Fig. 13.8 - Giroscopio

$$[J]\{\dot{\mathbf{w}}\} + [\mathbf{w} \wedge][J]\{\mathbf{w}\} = \{M\}$$

Si consideri il sistema di riferimento coincidente con gli assi principali d'inerzia ed i momenti d'inerzia uguali sui due assi perpendicolari all'asse di rotazione del giroscopio:

$$[J] = \begin{bmatrix} A & & \\ & A & \\ & & C \end{bmatrix}.$$



Essendo:

$$[\mathbf{w} \wedge] = \begin{bmatrix} 0 & -w_z & w_y \\ w_z & 0 & -w_x \\ -w_y & w_x & 0 \end{bmatrix},$$

si ricava:

$$\begin{cases} A\dot{w}_x + (C - A)w_y w_z = M_x \\ A\dot{w}_y + (A - C)w_x w_z = M_y \\ C\dot{w}_z = M_z \end{cases}$$

Il sistema di equazioni scritto è relativo ad un sistema di riferimento solidale con la massa rotante del giroscopio; è quindi conveniente trasformare le equazioni portandosi in un sistema di riferimento dove sia eliminata la rotazione imposta al giroscopio attorno all'asse z .

Ponendo $w_z = J$, indicando con un apice le grandezze relative agli assi corpo e senza apice quelle relative agli assi giroscopio, si ha:

$$\begin{cases} M'_x = M_x \cos J + M_y \sin J \\ M'_y = -M_x \sin J + M_y \cos J \\ M'_z = M_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} w'_x = w_x \cos J + w_y \sin J \\ w'_y = -w_x \sin J + w_y \cos J \\ w'_z = w_z \end{cases}$$

da cui:

$$\begin{cases} \dot{w}'_x = \dot{w}_x \cos J + \dot{w}_y \sin J - w_x \sin J w_z + w_y \cos J w_z \\ \dot{w}'_y = -\dot{w}_x \sin J + \dot{w}_y \cos J - w_x \cos J w_z - w_y \sin J w_z \\ \dot{w}'_z = \dot{w}_z \end{cases}$$

Sostituendo si ha:



$$\left\{ \begin{array}{l} A(\dot{w}_x \cos J + \dot{w}_y \sin J - w_x \sin J w_z + w_y \cos J w_z) + (C - A)w_z(-w_x \sin J + w_y \cos J) = \\ \quad M_x \cos J + M_y \sin J \\ A(-\dot{w}_x \sin J + \dot{w}_y \cos J - w_x \cos J w_z - w_y \sin J w_z) + (A - C)w_z(-w_x \sin J + w_y \cos J) = \\ \quad -M_x \sin J + M_y \cos J \\ C\dot{w}_z = M_z \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A\dot{w}_x \cos J + A\dot{w}_y \sin J - Cw_x w_z \sin J + Cw_y w_z \cos J = M_x \cos J + M_y \sin J \\ -A\dot{w}_x \sin J + A\dot{w}_y \cos J - Cw_x w_z \sin J + Cw_y w_z \cos J = -M_x \sin J + M_y \cos J \\ C\dot{w}_z = M_z \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (A\dot{w}_x + Cw_y w_z - M_x) \cos J + (A\dot{w}_y - Cw_x w_z - M_y) \sin J = 0 \\ -(A\dot{w}_x + Cw_x w_z - M_x) \sin J + (A\dot{w}_y + Cw_y w_z - M_y) \cos J = 0 \\ C\dot{w}_z = M_z \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} A\dot{w}_x + Cw_y w_z = M_x \\ A\dot{w}_y + Cw_x w_z = M_y \\ C\dot{w}_z = M_z \end{array} \right.$$

La terza equazione risulta disaccoppiata rispetto alle altre e ci assicura che la velocità angolare resta costante se il momento applicato è nullo. Dato che gli attriti saranno comunque presenti, questo significa che per avere velocità costante occorre applicare un momento che vinca tutte le resistenze presenti. Nella pratica il corpo rotante dei giroscopi è costituito dal rotore di un motore elettrico ad alta velocità, oppure da una turbina tenuta in rotazione dall'aria che la attraversa, aria ottenuta in genere per aspirazione a valle del giroscopio.

Ponendo costante w_z si può definire la *tenacia* del giroscopio $H = Cw_z$, il cui significato tornerà chiaro dalle equazioni che seguono. In assenza di momenti applicati, le equazioni del giroscopio diventano infatti:

$$\left\{ \begin{array}{l} A\dot{w}_x + Hw_y = 0 \\ A\dot{w}_y - Hw_x = 0 \end{array} \right.$$

da cui:

$$\left\{ \begin{array}{l} A\dot{w}_x + Hw_y = 0 \\ A\dot{w}_y = Hw_x \end{array} \right.$$

$$\dot{w}_x + \left(\frac{H}{A}\right)^2 w_x = 0$$



L'asse del giroscopio potrà quindi avere delle oscillazioni, dette di *nutazione*, con frequenza:

$$f = \frac{H}{2pA} = \frac{Cw_z}{2pA} \cong w_z$$

In presenza di un momento si può ricavare la soluzione del sistema che è composta di un integrale generale, che rappresenta la *nutazione*:

$$\begin{cases} w_x = K_1 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t + K_2 \operatorname{cos} \frac{H}{A} t \\ w_y = -K_1 \operatorname{cos} \frac{H}{A} t + K_2 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t \end{cases}$$

e di un integrale particolare, che rappresenta la *precessione*:

$$\begin{cases} w_x = -\frac{M_y}{H} \\ w_y = \frac{M_x}{H} \end{cases}$$

La soluzione completa è quindi :

$$\begin{cases} w_x = K_1 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t + K_2 \operatorname{cos} \frac{H}{A} t - \frac{M_y}{H} \\ w_y = -K_1 \operatorname{cos} \frac{H}{A} t + K_2 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t + \frac{M_x}{H} \end{cases}$$

Con le seguenti condizioni iniziali per $t = 0$:

$$\begin{cases} w_x = 0 \\ w_y = 0 \\ M_x = M_x \\ M_y = 0 \end{cases}$$

si ricava :

$$\begin{cases} K_1 = \frac{M_x}{H} \\ K_2 = 0 \end{cases}$$

da cui :



$$\begin{cases} \mathbf{w}_x = \frac{M_x}{H} \operatorname{sen} \frac{H}{A} t \\ \mathbf{w}_y = \frac{M_x}{H} \left(1 - \cos \frac{H}{A} t \right) \end{cases}$$

Si ha quindi un accoppiamento fra il momento rispetto ad un asse e la velocità angolare rispetto all'asse perpendicolare a questo ed all'asse di spin del giroscopio, a cui viene sovrapposta un'oscillazione dell'asse di spin.

In realtà esistono sempre degli smorzamenti che possono essere ritenuti proporzionali alle velocità angolari e considerati come momenti esterni aggiuntivi:

$$\begin{cases} M_x = \bar{M}_x - a\mathbf{w}_x \\ M_y = \bar{M}_y - b\mathbf{w}_y \end{cases}$$

Il sistema di equazioni diventa così:

$$\begin{cases} A\dot{\mathbf{w}}_x + a\mathbf{w}_x + H\mathbf{w}_y = \bar{M}_x \\ A\dot{\mathbf{w}}_y + b\mathbf{w}_y - H\mathbf{w}_x = \bar{M}_y \end{cases}$$

ed ammette un integrale generale :

$$\begin{cases} \mathbf{w}_x = e^{-\frac{a}{A}t} \left[K_1 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t + K_2 \cos \frac{H}{A} t \right] \\ \mathbf{w}_y = e^{-\frac{b}{A}t} \left[-K_1 \cos \frac{H}{A} t + K_2 \operatorname{sen} \frac{H}{A} t \right] \end{cases}$$

il quale evidentemente si annulla rapidamente, ed un integrale particolare:

$$\begin{cases} \mathbf{w}_x = \frac{a\bar{M}_x - H\bar{M}_y}{H^2 + a^2} \\ \mathbf{w}_y = \frac{H\bar{M}_x + b\bar{M}_y}{H^2 + b^2} \end{cases}$$

Un momento genera quindi la precessione, ma induce anche una velocità angolare attorno all'asse al quale viene applicato. In pratica però H è molto grande ed a e b son piccoli, per cui questo effetto è molto piccolo.

Se i momenti sono nulli le velocità angolari sono nulle, ovvero il giroscopio tenderà a mantenere invariato il suo asse di spin e la nutazione sarà annullata dagli smorzamenti.

La tendenza del giroscopio a mantenere inalterata la direzione dell'asse di spin in assenza di momenti esterni applicati è una prima caratteristica importante. È da notare che comunque la direzione è costante rispetto ad un sistema di riferimento inerziale.

Considerando un giroscopio in cui la rotazione attorno ad uno degli assi, ad esempio l'asse y , sia impedita, ci si riduce ad un'unica equazione:



$$A\dot{w}_x + Hw_y = M_x$$

chiamando J la rotazione attorno all'asse x e supponendo che il momento sia composto da una parte elastica ed una parte di smorzamento:

$$M_x = -KJ - a\dot{q}$$

si ha :

$$AJ + a\dot{J} + KJ = -Hw_y$$

Se si induce al giroscopio una velocità angolare rispetto all'asse bloccato, questo risponde con un momento su un asse perpendicolare a questo ed all'asse di spin; se questo momento è contrastato da un elemento elastico, si ha una rotazione proporzionale alla velocità angolare; lo smorzamento è necessario per evitare oscillazioni. In questo modo è possibile utilizzare il giroscopio come trasduttore per misurare velocità angolari.

13.4.2 Orizzonte artificiale

L'orizzonte artificiale è uno strumento basato su un giroscopio a 3 gradi di libertà, ovvero incernierato in modo da essere libero di ruotare attorno a tutti gli assi, come indicato in fig. 13.9 e con asse di spin verticale. Se l'asse di spin resta comunque verticale lo strumento indica gli angoli di beccheggio e di rollio del velivolo.

La gabbia esterna è incernierata al velivolo parallelamente all'asse longitudinale di quest'ultimo

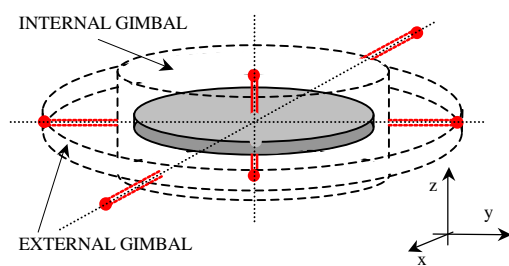


Fig. 13.9 - Orizzonte artificiale

e quindi è in grado di indicare l'angolo di rollio in modo diretto. La gabbia interna comanda invece, con una serie di cinematismi, il movimento di una figura rappresentativa dell'orizzonte, divisa nei due colori azzurro per il cielo e marrone

per il suolo.

Lo strumento fin qui descritto sarebbe però affetto da un errore di *precessione apparente*: mentre l'asse di spin tende a rimanere orientato parallelo a se stesso, il velivolo percorre una traiettoria non piana, poiché legata alla curvatura terrestre. A bordo si osserverebbe quindi una precessione del giroscopio, ovvero un movimento dell'orizzonte artificiale. Per evitare questo inconveniente si adottano dei *sistemi erettori* che tendono a riallineare costantemente l'asse di spin con la verticale locale. Esistono due principali tipi di sistemi erettori, legati al tipo di funzionamento del giroscopio (se ad aria o a motore elettrico), ma entrambi basati su meccanismi a pendolo, come schematizzato in fig. 13.10.

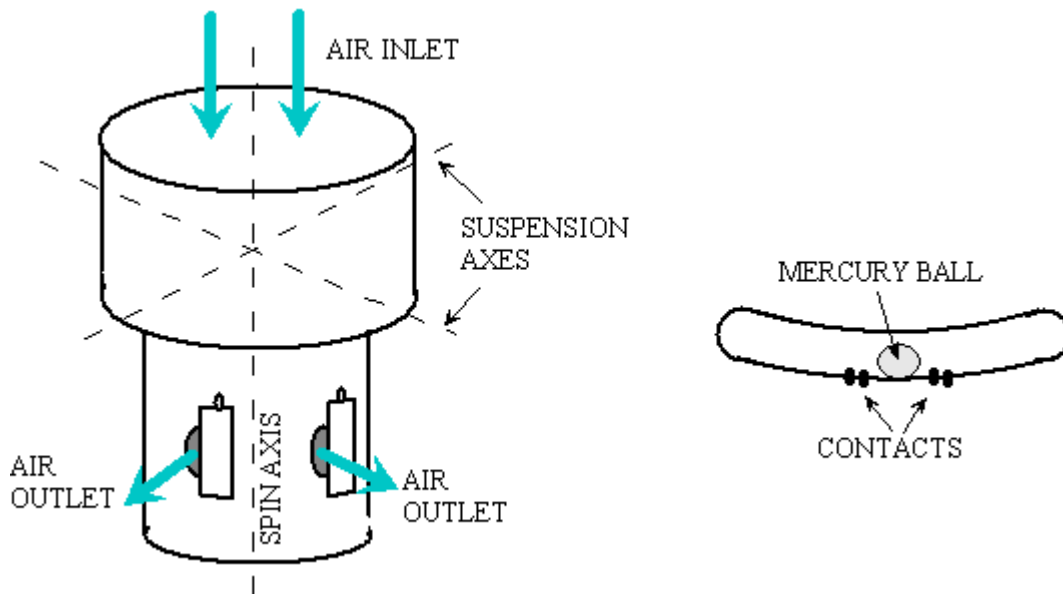


Fig. 13.10 - Sistemi erettori ad aria e a motore elettrico

Nel primo caso la gabbia interna è in realtà una camera in cui viene aspirata l'aria che mette in rotazione il giroscopio; l'aria è poi espulsa da 4 fori laterali, disposti a 90° l'uno dall'altro e collocati con un certo braccio sotto al baricentro del giroscopio. I fori sono parzialmente otturati da 4 tendine incernierate a pendolo, le quali si dispongono quindi come la normale locale. In condizioni di allineamento tra l'asse della camera e la normale locale, i fori sono parzialmente otturati in ugual misura, creando così un sistema in equilibrio. In caso di disallineamento tra l'asse di spin e la normale locale, le tendine otturano i fori contrapposti in modo differenziato, generando una coppia attorno al baricentro sfasata di 90° rispetto all'angolo di disallineamento, ovvero una coppia precessionante che raddrizza il giroscopio.

Nel secondo caso vengono invece impiegati dei motori elettrici per ottenere la correzione, che ovviamente anche in questo caso dovranno applicare una coppia precessionante sugli assi del giroscopio. Questi motori sono attivati da due interruttori a goccia di mercurio, ognuno costituito da un tratto di canaletta circolare contenente la goccia di mercurio e due zone di contatto. In condizioni di allineamento tra l'asse di spin e la normale locale, la goccia di mercurio, che si comporta come un pendolo, è in centro alla canaletta, ed i contatti rimangono aperti. In caso di disallineamento tra l'asse e la normale, la goccia si dispone fuori centro potendo così chiudere uno dei due contatti. Questi due interruttori sono disposti sulla gabbia interna orientati a 90° l'uno rispetto all'altro, di modo da risentire del disallineamento sia lungo l'asse di rollio che di quello di beccheggio.

E' evidente che entrambi i sistemi erettori, essendo basati su meccanismi a pendolo, risentono delle forze d'inerzia; in manovra, dunque, tenderebbe a verificarsi l'allineamento tra l'asse di spin e la normale apparente, data dalla somma vettoriale dell'accelerazione di gravità e di quella risultante di inerzia. A tale scopo la rotazione indotta dai sistemi erettori è sempre lenta, sull'ordine di qualche grado al minuto, di modo che per manovre relativamente brevi l'asse di spin non venga ruotato sensibilmente. L'ordine di grandezza delle velocità erettive è tra i 3 e gli 8 gradi/minuto. Inoltre, nel caso del sistema a motori elettrici, si collocano i contatti molto vicini al centro della canaletta, di modo che in caso di manovra appena accentuata la goccia superi i contatti, senza fermarsi a chiuderli.

13.4.3 Indicatore di virata

Questo strumento, detto anche *virometro*, serve ad indicare la velocità angolare di virata. Esso viene spesso completato con uno *sbandometro*, ossia un indicatore di accelerazioni lungo l'asse di beccheggio, ed in tal caso lo strumento prende il nome di *viro-sbandometro*.

Il virometro si basa su un giroscopio a 2 gradi di libertà, compreso quello di spin. L'asse di spin è diretto come l'asse di beccheggio del velivolo ed è incernierato ad una gabbia che permette la rotazione attorno a quello di rollio. Il grado di libertà soppresso è dunque quello associato alla rotazione attorno all'asse di imbardata (fig. 13.11).

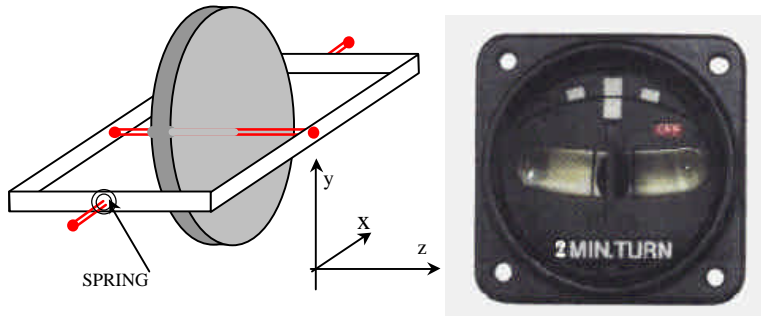


Fig. 13.11 – Indicatore di virata e sbandometro

Durante una virata di velocità angolare w_y , tale velocità viene indotta al giroscopio. Questo risponderebbe precessionando attorno all'asse di rollio, ma se tale movimento viene contrastato da una molla torsionale di rigidità K , la gabbia trova una posizione di equilibrio J data dall'ultima delle equazioni viste per i giroscopi, ossia:

$$AJ + aJ + KJ = -Hw_y,$$

che ha come soluzione a regime:

$$J = -\frac{H}{K}w_y$$

dove H è la solita tenacia del giroscopio.

In altri termini si riesce a valutare la velocità angolare misurando semplicemente un angolo; oppure, se invece della molla si applica una cella di carico in un punto della gabbietta lontano dall'asse, viene misurata una forza.

In realtà questo strumento è affetto da errore perché la misura è corretta solo lungo l'asse perpendicolare alla gabbia. In genere questo non coincide con l'asse di virata, in misura maggiore quanto più è elevata la velocità angolare di virata. Si può quindi dire che tale strumento viene principalmente utilizzato come indicatore del fatto che il velivolo sia in virata o in moto rettilineo.

Lo sbandometro consiste in un sistema pendolare, tipicamente una massa libera di scorrere all'interno di una canaletta semicircolare. Durante una virata non corretta, la risultante della forza peso e centrifuga sulla massa porta questa fuori centro verso l'esterno della curva se la virata è compiuta con un angolo di rollio troppo basso, verso l'interno se compiuta con un angolo di rollio troppo alto.

13.4.4 Girodirezionale

Questo fu il primo strumento giroscopico ad essere utilizzato come indicatore di rotta ma su molti velivoli attuali è stato sostituito dalla bussola elettronica.

Esso è costituito da un giroscopio a 3 gradi di libertà e asse di spin orizzontale; è utilizzato come indicatore di rotta nei periodi, relativamente brevi, di manovra, quando cioè la bussola magnetica fornisce indicazioni troppo oscillanti.

La gabbia interna, solidale come al solito con l'asse di spin, porta una ghiera graduata di 360° (fig. 13.12) ed è incernierata alla gabbia esterna che, infine, è libera di ruotare attorno all'asse di imbardata del velivolo. Per mantenere l'asse di spin orizzontale è necessario un meccanismo erettore che porta a coincidere l'asse di spin con l'asse di beccheggio del velivolo; lo strumento è comunque soggetto ad errore di precessione apparente per cui deve essere riallineato con una certa periodicità o prima di eseguire una manovra mediante una manopola di regolazione seguendo l'indicazione della bussola magnetica. Durante la manovra viene seguita la rotta indicata dal girodirezionale, che si mantiene affidabile per un certo periodo di tempo, terminato il quale gli errori di deriva e precessione apparente diventano non più trascurabili, nonostante i sistemi erettivi impiegati.

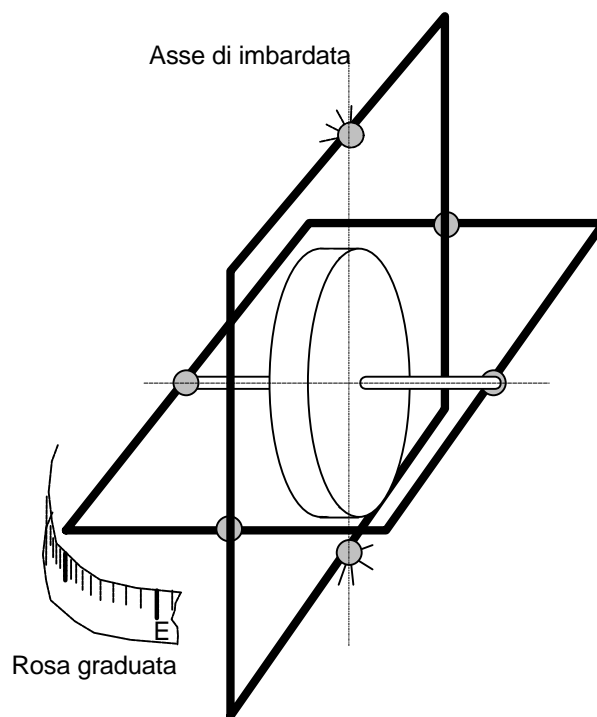


Fig. 13.12 – Girodirezionale

13.4.4 Girobussola

La girobussola è costituita da un girodirezionale nella quale la correzione dell'errore dovuto dalla precessione apparente è automatica seguendo l'indicazione di un sistema di rilevamento del campo magnetico terrestre come la valvola di flusso accennata al paragrafo 13.2.

In questo modo è possibile avere uno strumento che racchiude in vantaggi sia della bussola che del girodirezionale, dando indicazioni corrette sia nel corto che nel lungo periodo.